



מבוא לאלגוריתמים תשס"ג - בוחן אמצע סמסטר

29.11.02

- בבוחן 3 שאלות.
- משך הבוחן 2.5 שעות.
- יש לפתור את כל השאלות.
- כל חומר עזר מותר
- בטרם תיגשו לפתרון ודאו כי הטופס מכיל 4 עמודים ושלוש שאלות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במידת הצורך אפשר לכתוב תשובות במחברת הבחינה. מספר מחברת המבחן שלך הוא: \_\_\_\_\_ .

**בהצלחה!!!**

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	סך הכל

**שאלה מס' 1 (40 נקודות):**

נתון המשפט המתמטי הבא:

נניח כי  $B_l$  הוא הממוצע של השלמים  $b_1, b_2, \dots, b_l$  וכי  $C_k$  הוא הממוצע של  $c_1, \dots, c_k$ . אזי  $A_m$  ( $m = l + k$ ),

$$A_m = \frac{l \cdot B_l + k \cdot C_k}{m}$$

הממוצע של  $b_1, \dots, b_l, c_1, \dots, c_k$  מתקבל על ידי הנוסחה

עליכם להציע אלגוריתם לחישוב ממוצע מתמטי של  $n$  מספרים שלמים. בהתאם להוראות הבאות:

1. הקלט לאלגוריתם:

1.1 מערך  $A$  ובו  $n$  מספרים שלמים.

1.2 מספר איברי המערך  $n$ .

2. האלגוריתם יפעל ב שיטת הפרד ופתור תוך שימוש בנוסחה שבמשפט.

שימו לב: אלגוריתם שלא יעבוד בשיטת הפרד ופתור יגרום להורדה גדולה בציון.

העבודה תתנהל לפי הסעיפים הבאים:

1.1. תארו את האלגוריתם באופן מילולי תוך שימוש בשלבי השיטה:

1.2. הציגו את האלגוריתם בעזרת קוד דמה:

1.3. הציגו טענת נכונות פלט

1.4. הוכיחו במדויק את נכונות הטענה שהצגתם.

1.5. מהי סיבוכיות האלגוריתם? נמקו תשובתכם.

1.6. (שאלת בונוס) האם יתכן אלגוריתם שהסיבוכיות שלו נמוכה יותר? האם יתכן אלגוריתם יעיל יותר ללא שיפור סיבוכיות? נמקו תשובתיכם.

**שאלה מס' 2 (30 נקודות)**

נפתח שאלה זו בדוגמא: נניח כי  $Alg\_examp$  קורא פעם אחת ל  $proc\_examp1$  ופעמיים ל  $proc\_examp2$  כדלהלן:

```
Alg_examp(n)
  proc_examp1( )
  proc_examp2( )
  proc_examp2( )
end
```

**שאלת דוגמא:** נניח כי סיבוכיות  $proc\_examp1$  היא  $\Theta(n)$  וסיבוכיות  $proc\_examp2$  היא  $O(n^3)$ . האם סיבוכיות  $Alg\_examp$  היא  $\Theta(n^2)$  ?

**תשובה:** בדוגמא זו, סיבוכיות  $Alg\_examp$  שווה לסיבוכיות  $proc\_examp2$  כלומר  $O(n^3)$ . אם סיבוכיות  $proc\_examp2$  היא  $\Theta(n^2)$  התשובה חיובית אולם אם סיבוכיות  $proc\_examp2$  היא  $\Theta(n^3)$  התשובה שלילית. לכן, בדוגמא זו, התשובה היא: נכון לפעמים.

**השאלה לפתרון:** בשאלה זו עליכם לחשב את הסיבוכיות של האלגוריתם  $Alg$ . הקוד עבור  $Alg$  ו  $proc1$  הוא:

```
Alg(n)
  proc1( )
  proc3( )
end
```

```
proc1( )
  a ← 0
  for i ← 1 to n do
    a ← proc2( ) + a
  end
```

בכל שורה בטבלה הבאה, מפורטות הנחות לגבי הסיבוכיות של  $Alg$  ו  $proc2$  ו  $proc3$ . עבור כל שורה כזו עליכם לציין האם סיבוכיות  $Alg$  **בהכרח נכונה**.

סמנו אם לא נכון	סמנו אם נכון	$Alg$	$proc2$	$proc3$
		$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
		$\Omega(n^2)$	$O(n)$	$\Omega(n^2)$
		$\Omega(\log n)$	$O(n \log n)$	$\Theta(n \log n)$
		$O(n \log n)$	$\Theta(n \log n)$	$\Omega(\log n)$
		$O(n^2 \log n)$	$\Omega(n\sqrt{n})$	$O(n \log n)$
		$\Theta(n)$	$\Theta(\log n)$	$O(1)$

**שאלה מס' 3: (35 נקודות)**

שאלה זו מתייחסת לסיבוכיות מיון הכנסה.

נתון כי הקלט למיון יופיע בהתפלגות הבאה :

1. בהסתברות  $1/n$  יופיע הקלט  $1, 2, \dots, n-1, n$ .
2. בהסתברות  $1/n$  יופיע הקלט  $n, n-1, \dots, 2, 1$ .
3. בהסתברות  $1/\log n$  יופיע הקלט  $1, 2, \dots, n$ .
4. בהסתברות  $1/\log n$ , יופיע הקלט  $1, 3, 5, 7, \dots, 2, 4, 6, 8, \dots$ .
5. בשאר המקרים יופיע הקלט  $3, 4, \dots, n, 1, 2$ .

איזה מבין הטענות הבאות נכונה?

- א. זמן הריצה הממוצע של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $O(n)$ .
- ב. זמן הריצה הממוצע של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $\Omega(n \log n)$ .
- ג. זמן הריצה הממוצע של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $O(n \log \log n)$ .
- ד. זמן הריצה הממוצע של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $O(n^2)$ .
- ה. זמן הריצה הגרוע ביותר של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $O(n)$ .
- ו. זמן הריצה הגרוע ביותר של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $O(n \log n)$ .
- ז. זמן הריצה הגרוע ביותר של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $\Omega(n \log n)$ .
- ח. זמן הריצה הגרוע ביותר של מיון הכנסה עבור התפלגות הקלטים הנתונה הוא  $\Omega(n^2)$ .

סמנו את התשובות הנכונות כאן :

התשובה	א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח
סמנו אם נכון								